

OTIMIZAÇÃO DO NÚMERO DE CAIXAS ABERTOS EM SUPERMERCADO: UM ESTUDO DE CASO

Ana Carolina de Lima Angelo

Instituto Federal de São Paulo (IFSP), Cubatão, SP, Brasil

Gabriel Granja da Costa

Instituto Federal de São Paulo (IFSP), Cubatão, SP, Brasil

Marly Nascimento Salles Passos

Instituto Federal de São Paulo (IFSP), Cubatão, SP, Brasil

Glauber Renato Colnago

Instituto Federal de São Paulo (IFSP), Cubatão, SP, Brasil

Resumo: Este estudo de caso busca realizar a otimização das filas do supermercado Extra do Jardim Casqueiro em Cubatão. A partir de dados fornecidos pelo próprio estabelecimento e com a aplicação de métodos como a Teoria das Filas, o objetivo é a minimização da quantidade de caixas ociosos, satisfazendo um tempo de espera máximo dos clientes. Para isto, foi feito o levantamento das informações de quantidade de clientes e tempo médio de atendimento, processando os dados na extensão OpenSolver do Microsoft Excel.

Palavras-chave: Otimização. Supermercados. Teoria das Filas.

Abstract: This case study seeks to optimize the queues of the Extra supermarket of Jardim Casqueiro neighborhood in Cubatão. From data provided by the establishment and applying methods from the Queueing Theory, the objective is minimization of idle cashiers, satisfying a maximum waiting time for the customers. For this, a survey about the number of customers and the average service time was developed.

Keywords: Optimization. Supermarkets. Queueing Theory.

INTRODUÇÃO

Atualmente administrar o tempo é algo útil e importante. Através de um planejamento diário de cada ação que será praticada, pode-se executar mais tarefas em um curto período, alcançando o objetivo mais rapidamente, poupando um dos bens mais preciosos na contemporaneidade, “o tempo”.

Para alcançar êxito no cumprimento de várias tarefas, é necessário atentar para minutos e segundos de forma matemática, para que seja possível otimizar momentos desperdiçados na realização de atividades que fazem parte da rotina. A frequência de algumas ações praticadas, quase que automaticamente pelo homem moderno, podem ser detectadas como vilã da otimização do tempo. Uma dessas atividades é a ida ao supermercado, algo que parece simples, porém pode despender instantes preciosos e ainda fadiga e dor de cabeça.

As filas são sempre decisivas na hora da compra. Há quem evite horários de pico ou até mesmo supermercados que estão sempre lotados, mesmo que tenham preços mais acessíveis. Locais que não planejam o acesso rápido de clientes ou momentos prazerosos para os que pretendem se demorar, podem afastar a clientela, pois o tempo gasto na fila pode não valer a compra.

Nos supermercados, percebe-se que as filas são fator de grande impacto na preferência dos consumidores, que optam pelo atendimento rápido (MORABITO e LIMA: 2000).

No entanto, esse cenário que a princípio parece um problema, pode se converter em mais um instante potencializado para vendas. Uma administração pensada para oportunizar momentos diferenciados na fila para quem vai às compras é bastante significativo e rentável. Porém, esta não é uma tarefa simples, pois pode envolver elementos onde não há permissão de alteração, como o número de caixas, o orçamento e a quantidade de funcionários.

Portanto é necessária uma pesquisa para possibilitar a otimização do sistema de filas, que é o objetivo deste projeto. Para isso será utilizada a Teoria das Filas e outros trabalhos e pesquisas já realizados que abrangem este tema.

Este estudo de caso pretende otimizar o número de caixas que o supermercado Extra do Jardim Casqueiro deve abrir em cada horário, baseado em dados fornecidos pelo próprio supermercado aplicado a um modelo probabilístico da Teoria das Filas.

OBJETIVOS

O objetivo geral do estudo é calcular a quantidade mínima de caixas de acordo com a quantidade de pessoas a serem atendidas no momento, de forma a estabelecer um tempo limite para a espera de cada cliente. Além disso, para se garantir o progresso no estudo, objetivos específicos para a pesquisa também foram estipulados, tais como:

- Registrar fluxo médio de clientes atendidos por períodos;
- Avaliar o tempo médio do atendimento de clientes por caixa;
- Desenvolver um modelo matemático a fim de diminuir o número de caixas ociosos, levando em consideração um tempo máximo de atendimento a definir;
- Minimizar uma quantidade hipotética de funcionários necessários, de acordo com perfis pré-determinados de jornada de trabalho.

METODOLOGIA

Os dados utilizados neste projeto consistem em parâmetros utilizados na Teoria das Filas. A Teoria das Filas é um modelo probabilístico para previsão do comportamento de filas baseado em parâmetros mensuráveis. Entre esses parâmetros estão a distribuição do tempo de serviço, o número de canais, a capacidade do sistema, a população de usuários e a disciplina de atendimento (FIGUEIREDO e ROCHA, 2010).

- a) **Distribuição de tempo de serviço:** É uma estimativa para um padrão de número de usuários atendidos por unidade de tempo. Pode ser feita através de uma média do tempo de atendimento dos usuários em uma dada amostragem ou pode ser estimada empiricamente. Uma amostragem de 10 tempos de atendimento de clientes foi coletada em um dia normal e é apresentada na **Tabela 1**. A média dessa amostragem será adotada como a distribuição de tempo de serviço neste trabalho.

Tabela 1 - Amostra de tempos de atendimento.

μ^{-1} - Amostra	μ^{-1} - Média
00:02:22	00:02:00
00:02:31	
00:02:45	
00:01:45	
00:03:01	
00:01:27	
00:01:29	
00:01:58	
00:00:44	
00:01:55	

Fonte: Autores.

- b) **Número de canais:** É o número de canais de atendimento, representada no contexto do supermercado pelo número de caixas abertos no momento. Neste estudo de caso, esta será a variável de decisão a ser escolhida de forma a minimizar o número de caixas abertos sem prejudicar o tempo de atendimento. No supermercado estudado, o número máximo de caixas disponíveis é 12.
- c) **Capacidade do sistema:** É o número máximo de usuários que podem ser atendidos no sistema. No contexto de um supermercado, é possível considerar que o sistema é de capacidade ilimitada, ou seja, pode atender um número ilimitado de clientes, considerando os que estão sendo atendidos e os que estão nas filas.
- d) **População de usuários:** É a quantidade de usuários para serem atendidos naquele momento. Em um modelo probabilístico, é necessário determinar um modelo para a chegada de usuários ao sistema. No contexto deste estudo, é possível determinar a quantidade estimada de clientes que precisam ser atendidos em determinados períodos de tempo. Foram coletados dados do sistema financeiro do supermercado Extra do Jardim Casqueiro no período de 1 de abril de 2019 até 7 de abril de 2019, em relação ao número de clientes atendidos a cada período de uma hora (o supermercado funciona das 07h às 23h, fechando duas horas mais tarde nos sábados e duas horas mais cedo nos domingos). A **Tabela 2** apresenta estes dados.

Tabela 2 - Número de clientes por hora no período analisado.

Horário	01/abr	02/abr	03/abr	04/abr	05/abr	06/abr	07/abr
07:00	39	71	79	50	62	1	41
08:00	80	121	110	62	52	74	51
09:00	138	120	139	79	78	126	121
10:00	226	143	163	90	99	156	128
11:00	287	153	156	76	97	175	164
12:00	367	104	116	53	80	183	125
13:00	441	118	122	68	65	158	131
14:00	515	102	126	80	92	164	93
15:00	589	118	95	90	89	138	87
16:00	667	114	128	87	113	149	88
17:00	777	156	126	112	112	160	67
18:00	882	144	142	97	123	140	94
19:00	988	134	150	123	119	158	80
20:00	1070	110	96	93	106	170	59
21:00	1128	94	84	61	95	125	-
22:00	1132	12	15	4	31	107	-
23:00	-	-	-	-	-	34	-
00:00	-	-	-	-	-	5	-

Fonte: Autores.

e) **Disciplina de Atendimento:** Regras que determinam a ordem de atendimento dos usuários. Algumas disciplinas de atendimento são:

- **FIFO (First In First Out):** O primeiro a entrar na fila é o primeiro a ser atendido.
- **LIFO (Last In Last Out):** O último a entrar na fila é o primeiro a ser atendido.
- **SIRO (Served In RandomOrder):** A ordem de atendimento é aleatória.
- **PRI (Priority):** Estipula-se uma prioridade no atendimento.

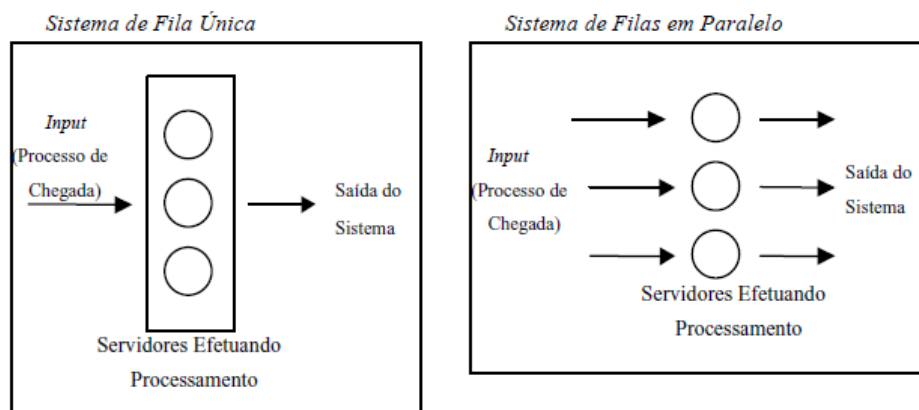
Em filas de pessoas, como as de supermercado, é muito comum que a disciplina de atendimento seja a FIFO, e esta é a disciplina de atendimento considerada neste estudo.

É comum representar modelos de filas através da notação **A/B/X/Y/Z**, onde: **A** representa a distribuição do tempo de chegada; **B** representa a distribuição do tempo de atendimento; **X** representa o número de canais operando; **Y** representa a

capacidade do sistema; **Z** representa a disciplina da fila. Quando os dois últimos parâmetros são omitidos, considera-se que o sistema é de capacidade ilimitada e de disciplina FIFO.

Para modelos de filas como os de supermercado, é comum que o modelo seja de *m* filas M/M/1 (distribuição de tempo exponencial, distribuição de tempo exponencial, 1 canal) operando em paralelo ou M/M/*c* (distribuição de tempo exponencial, distribuição de tempo exponencial, *c* canais). A diferença entre os dois é que no primeiro modelo, as filas de cada um dos *c* caixas são consideradas individualmente, enquanto que no segundo, considera-se a existência de uma fila única e que os clientes são atendidos por *c* caixas. O modelo que mais se aproxima do funcionamento de um supermercado é o de *c* caixas M/M/1 em paralelo e este será adotado neste trabalho.

Figura 1 – Representação dos modelos M/M/*c* e M/M/1 em paralelo, respectivamente.



Fonte: MORABITO e LIMA (2000).

A equação que rege o modelo citado é dada a seguir. O tempo médio de espera na fila (W_q) para o modelo M/M/1 é dado por:

$$W_q = \frac{\lambda/c}{\mu(\mu - \lambda/c)}$$

Onde λ é o número de pessoas que chegam por unidade de tempo, c é o número de filas disponíveis e μ é o número de pessoas que são atendidas por unidade de tempo. O tempo médio de espera desejado para este trabalho foi adotado como 2 minutos.

O processo de minimização de funcionários de caixa hipotéticos será realizado seguindo alguns perfis de trabalho, todos com jornada de 9h, incluindo 1h de intervalo. Os perfis de jornada de trabalho adotados neste projeto são apresentados na **Tabela 3** e **Tabela 4**.

Tabela 3. Perfis de trabalho da primeira análise.

Perfil	Início	Fim
1	07:00	16:00
2	09:00	18:00
3	14:00	23:00

Fonte: Autores.

Tabela 4. Perfis de trabalho da segunda análise.

Perfil	Início	Fim	Período	Intervalo
1	07:00	16:00	09:00	12:00
2	08:00	17:00	09:00	13:00
3	09:00	18:00	09:00	14:00
4	10:00	19:00	09:00	15:00
5	11:00	20:00	09:00	16:00
6	12:00	21:00	09:00	17:00
7	13:00	22:00	09:00	18:00
8	14:00	23:00	09:00	19:00

Fonte: Autores.

A primeira análise envolverá uma quantidade menor de perfis e sem estabelecer um horário de intervalo fixo. A segunda análise envolve uma gama maior de perfis de trabalho, cobrindo todas as possibilidades de jornadas de trabalho dentro do período de funcionamento do mercado e incluindo o intervalo. Em ambas as situações, é admitido que o funcionário do último turno aceita trabalhar duas horas extras no sábado e sair duas horas mais cedo no domingo.

A formulação matemática deste problema de otimização de funcionários é:

$$\text{Min } z = \sum_{i=1}^p x_i - \sum_{i=1}^h (1 - y_i) \cdot \left(\sum_{j \in P_h} x_j - c_j \right)$$
$$\text{S.A: } x_i \geq 0; x_i \in \mathbb{Z}$$

$$y \in \{0,1\}; y = \left\{ \begin{array}{l} 0, \text{ se } \sum_{j \in P_h}^{P_h} x_j - c_j \leq 0 \\ 1, \text{ se } \sum_{j \in P_h}^{P_h} x_j - c_j > 0 \end{array} \right\}$$
$$\forall_h: (1 - y) \cdot \left(\sum_{j \in P_h}^{P_h} x_j - c_j \right) \leq 0$$

Onde z é a quantidade total de funcionários, x é a variável que representa a quantidade de funcionários de caixa, y é uma variável binária auxiliar que vale 1 quando a diferença entre a quantidade de funcionários no horário e a quantidade de caixas necessários é maior do que 0, e vale 0 quando essa diferença é menor ou igual a 0, p é o índice do perfil, P_h é o conjunto de perfis de funcionários que trabalham numa hora h e c é a quantidade de caixas necessários.

A função a ser otimizada é multiobjetivo, minimizando a soma de funcionários por perfil e maximizando a diferença entre a quantidade de funcionários de caixas disponíveis com a quantidade de caixas necessários para atender os clientes no tempo estipulado, permitindo que existam menos funcionários que o necessário, mas diminuindo essa diferença. A primeira restrição indica que a variável x é um inteiro positivo. A segunda restrição indica como y assume seus valores. A terceira restrição indica que a diferença entre a soma de funcionários de caixa em cada horário e a quantidade de caixas necessários naquele período deve ser menor ou igual a 0, para evitar que caixas fiquem ociosos.

Inicialmente, o processo de análise de dados foi realizado no *software* Microsoft Excel, e em seguida, o processo de otimização foi feito utilizando a extensão OpenSolver para Microsoft Excel.

RESULTADOS

Primeiramente, o número de caixas necessários para atender os clientes em uma média de um minuto foi calculado, segundo a equação do tempo médio do modelo M/M/1 para c canais. Para isto, foi admitido que os clientes chegam em um

ritmo médio durante cada período de uma hora e que os clientes sempre entrarão na menor fila. Isolando o número de canais no modelo M/M/1 para c canais, obtém-se:

$$c = \frac{\lambda \cdot (W_q \cdot \mu + 1)}{W_q \cdot \mu^2}$$

Foi decidido analisar dias de semana, sábados e domingos separadamente na tabela de número de clientes por hora. Além disso, devido à grande discrepância de clientes apresentada na segunda feira, este dia também foi analisado separadamente. Para os dias de semana normais, a média de clientes em cada horário foi adotada na análise. Aplicando a equação acima para cada um dos horários dos dias analisados, obteve-se a **Erro! Fonte de referência não encontrada.**, que apresenta a quantidade de caixas necessária em cada horário para atender aquela quantidade de clientes em até um minuto.

Tabela 5 - Tabela de número de caixas

Horário	c - Segundas	c - Dias Normais	c - Sábados	c - Domingos
07:00	3	5	1	3
08:00	6	6	5	4
09:00	10	7	9	9
10:00	16	9	11	9
11:00	20	8	12	11
12:00	25	6	13	9
13:00	30	7	11	9
14:00	35	7	11	7
15:00	40	7	10	6
16:00	45	8	10	6
17:00	52	9	11	5
18:00	59	9	10	7
19:00	66	9	11	6
20:00	72	7	12	4
21:00	76	6	9	
22:00	76	1	8	
23:00	0		3	
00:00	0		1	

Fonte: Autores.

Este resultado pode ser aplicado como um modelo probabilístico que determina a quantidade de caixas que devem ser abertos em cada hora. É possível notar uma

enorme diferença entre a segunda feira e os outros dias. Isso provavelmente se dá devido alguma promoção que ocorreu no supermercado, pois este dia (01 de abril) não é um feriado. Por essa grande diferença, esses valores foram descartados. Esta análise cobrirá apenas dias normais, sendo necessária uma amostragem mais específica para realizar uma análise para dias de promoção.

Com este resultado, é possível estipular uma quantidade mínima de funcionários hipotéticos para cumprir com a quantidade de caixas necessários em cada horário para um dia genérico, porém sem admitir essa quantidade mínima de caixas como uma restrição forte. Isso é realizado obtendo a média de caixas para cada horário entre os dias normais, sábados e domingos. Além disso, será adicionada uma informação sobre a quantidade de funcionários extras que podem ser necessários num determinado horário em certo dia. Esses funcionários extras podem exercer outras funções no supermercado, mas assumem a função de caixa quando é necessário. Estas informações são apresentadas na **Tabela 6**.

Tabela 6 - Média de caixas necessários e eventuais caixas extras por hora em dias normais.

Horário	Média de caixas	Eventuais Extras
07:00	3	2
08:00	5	1
09:00	8	1
10:00	10	1
11:00	10	2
12:00	9	3
13:00	9	2
14:00	8	3
15:00	8	2
16:00	8	2
17:00	8	3
18:00	9	1
19:00	9	2
20:00	8	4
21:00	8	1
22:00	5	3
23:00	3	0
00:00	1	0

Fonte: Autores.

Na otimização do número de funcionários hipotéticos de caixa, esses valores de média serão comparados com a soma de funcionários de caixa em cada período, e a diferença entre esses valores será diminuída. As variáveis serão a quantidade de funcionários em cada perfil de trabalho. Primeiramente, aplicando a otimização na primeira situação, apresentada na **Tabela 3**, obtemos a solução apresentada na **Tabela 7** e que resulta na **Tabela 8**.

Tabela 7 - Número de funcionários em cada perfil.

Perfil	Qtd. Funcionários
1	3
2	4
3	1
Soma	8

Fonte: Autores.

Tabela 8 - Comparação entre a quantidade de caixas necessários e a quantidade de funcionários em cada período.

Horário	Caixas necessários	Eventuais caixas extras	Funcionários
07:00	3	2	3
08:00	5	1	3
09:00	8	1	7
10:00	10	1	7
11:00	10	2	7
12:00	9	3	7
13:00	9	2	7
14:00	8	3	8
15:00	8	2	8
16:00	8	2	5
17:00	8	3	5
18:00	9	1	1
19:00	9	2	1
20:00	8	4	1
21:00	8	1	1
22:00	5	3	1
23:00	3	0	1
00:00	1	0	1

Fonte: Autores.

Nestas condições, a quantidade necessária de funcionários por dia é 8, sendo 3 do perfil 1, 4 do perfil 2 e 1 do perfil 3. Essa solução se demonstrou inaplicável, pois deixa um período muito grande no final do dia com apenas um funcionário para o caixa, sendo que a demanda de caixas era significativamente maior.

Para a segunda situação, **Tabela 4**, obtemos a **Tabela 9**, que resulta na **Tabela 10**.

Tabela 9 - Número de funcionários em cada perfil.

Perfil	Qtd. Funcionários
1	3
2	0
3	3
4	3
5	0
6	0
7	1
8	1
Soma	11

Fonte: Autores.

Tabela 10 - Comparação entre a quantidade de caixas necessários e a quantidade de funcionários em cada período.

Horário	Caixas necessários	Eventuais caixas extras	Funcionários
07:00	3	2	3
08:00	5	1	3
09:00	8	1	6
10:00	10	1	9
11:00	10	2	9
12:00	9	3	6
13:00	9	2	10
14:00	8	3	8
15:00	8	2	8
16:00	8	2	8
17:00	8	3	8
18:00	9	1	4
19:00	9	2	1
20:00	8	4	2
21:00	8	1	2
22:00	5	3	1
23:00	3	0	1
00:00	1	0	1

Fonte: Autores.

Nestas condições, a quantidade necessária de funcionários por dia é 11. Um valor um pouco mais alto do que a primeira abordagem, porém, a melhor distribuição de funcionários por horário torna esta abordagem mais praticável.

Comparando as duas abordagens, percebe-se que a primeira, apesar de mais simples, levou a um resultado com menos funcionários. Entretanto, a solução da primeira abordagem deixa os últimos horários com poucos caixas para atender a quantidade de clientes. A segunda abordagem usa alguns funcionários a mais do que a primeira, porém, além de possuir uma melhor distribuição de funcionários por horário, ela já leva em conta os intervalos dos funcionários.

CONCLUSÃO

Este estudo de caso afirmou a importância da otimização de filas em supermercados, onde é fornecido tanto conforto para os consumidores quanto maior flexibilidade nos horários dos funcionários, possibilitando melhor desempenho sem o acréscimo no orçamento.

Os funcionários podem exercer outras funções no período de trabalho, pois o estudo mostra que haverá horários em que não há necessidade de todos os funcionários nos caixas. O conhecimento destes horários possibilita uma melhor administração de tarefas que podem ser exercidas sem o acréscimo de funcionários, ou seja, mantendo o orçamento inicial do supermercado.

A otimização se mostra uma ferramenta valiosa, pois possibilita uma excelente administração dos recursos existentes, onde o orçamento pode ser aplicado em outras áreas e os funcionários podem executar outras funções. Há uma diminuição significativa do tempo ocioso nos caixas e menor tempo de espera nas filas, dando uma posição favorável ao supermercado.

Portanto, pode-se notar a importância do estudo de caso para a otimização de sistemas; recursos limitados podem ser utilizados da melhor maneira garantindo eficácia aos processos realizados.

O objetivo deste projeto foi alcançado, mesmo com a pequena quantidade de dados fornecidos pôde-se obter um sistema de perfis de funcionários no qual a quantidade de funcionários necessária em cada horário é suficiente para suprir a

demanda. Essa quantidade foi próxima da quantidade limite de caixas disponíveis, que possivelmente pode ser melhorada com uma maior quantidade de dados, o que não muda o fato de que a quantidade atual apresentada pelo sistema de perfis é eficaz.

REFERÊNCIAS

COSTA, T. N., *et al.* Modelos de filas para a análise de quantidades necessárias de caixas para atendimento em um banco. XLV Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, p. 2310-2321. 2013. Disponível em:<https://www.researchgate.net/publication/285057361_Modelos_de_filas_para_a_analise_e_de_quantidades_necessarias_de_caixas_para_atendimento_em_um_banco>. Acesso em: 24 de abr. de 2019.

FIGUEIREDO, D.D.; **ROCHA**, S.H. Aplicação da teoria das filas na otimização do número de caixas: um estudo de caso; Iniciação Científica CESUMAR. 2010

MORABITO, R; **LIMA**, F. C. R. Um modelo para analisar o problema de filas em caixas de supermercados: um estudo de caso. Pesquisa Operacional, Rio de Janeiro, v. 20, n. 1, p.59-71, jun. 2000. Disponível em:<<http://www.scielo.br/pdf/pope/v20n1/a07v20n1.pdf>>. Acesso em: 24 de abr. de 2019.